

## MALÉ PÍ SOMKY 2006/2007

### 1. TÝŽDEŇ

**Úloha 1.1.** Nájdite deriváciu funkcie  $y = \sqrt{\cos x - 1}$ .

**Úloha 1.2.** Nájdite všetky funkcie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  také, že  $f'(x) = \frac{1}{x}$  pre každé  $x \neq 0$ .

**Úloha 1.3.** Vypočítajte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n \cdot 3^0 + 2^{n-1} \cdot 3^1 + 2^{n-2} \cdot 3^2 + \dots + 2^0 \cdot 3^n}$ .

**Úloha 1.4.** Vypočítajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\tan x) - \sin(\sin x)}{\tan x - \sin x}$ .

### 2. TÝŽDEŇ

**Úloha 2.A.** Riešte rovnicu  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^n = 3$ .

**Úloha 2.B.** Riešte nerovnicu  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(x^2 + 2)^n} > 5$ .

### 3. TÝŽDEŇ

**Úloha 3.A.** Vyšetrite konvergenciu radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2 + n + 2}$ .

**Úloha 3.B.** Vyšetrite konvergenciu radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3}{n^3 + 1}$ .

**Úloha 3.C.** Vyšetrite konvergenciu radu  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)^2$ .

### 4. TÝŽDEŇ

**Úloha 4.A.** Vyjadrite rad  $\frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+4)} + \dots$  v tvare sumácie začínajúcej  $n = 7$ .

**Úloha 4.B.** Vyjadrite rad  $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} + \dots$  v tvare sumácie začínajúcej  $n = 7$ .

**Úloha 4.C.** Zistite, či rad  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{30^n \cdot (n^4 + 2)}{n^6 \cdot 31^n}$  konverguje absolútne, konverguje relatívne, alebo diverguje.

#### 5. TÝŽDEŇ

**Úloha 5.A.** Nájdite obor konvergenzie radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n}$ .

**Úloha 5.B.** Nájdite obor konvergenzie radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^{\ln n}}$ .

**Úloha 5.C.** Nájdite obor konvergenzie radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n \sin x}}$ .

#### 6. TÝŽDEŇ

**Úloha 6.A.** Nájdite súčet radu  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{n+1}}$ .

**Úloha 6.B.** Nájdite súčet radu  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + (-1)^n}{n(n-1)} \cdot x^n$ .

**Úloha 6.C.** Nájdite súčet radu  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}$ .

#### 7. TÝŽDEŇ

**Úloha 7.A.** Nech  $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}$ . Pre ktoré  $x$  je  $f(x) > 0$ ?

#### 8. TÝŽDEŇ

**Úloha 8.A.** Nájdite a nakreslite definičný obor funkcie  $z = \arcsin(2y - 2x - 3) \cdot \ln(y - x^2 - 1)$ .

**Úloha 8.B.** Nájdite a nakreslite definičný obor funkcie  $z = \ln[x \cdot \ln(y - x)] + e^{2x-1}$ .

**Úloha 8.C.** Nájdite a nakreslite definičný obor funkcie  $z = \frac{\sqrt{y - 2x^2}}{\ln(1 - x^2 - y^2)}$ .

9. TÝŽDEŇ

Úloha 9.A. Vypočítajte limitu  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 y^2)^{-\frac{1}{x^2 + y^2}}$ .

Úloha 9.B. Vypočítajte limitu  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$ .

Úloha 9.C. Vypočítajte limitu  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ .

10. TÝŽDEŇ

Úloha 10.A. Vypočítajte  $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$ , kde  $f = (x - y)(y - z)(z - x)$ .

Úloha 10.B. Vypočítajte  $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$ , kde  $f = x + \frac{x - y}{y - z}$ .

Úloha 10.C. Vypočítajte  $\frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} + \frac{\partial f}{\partial x_4}$ , kde  $f = \frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} + \frac{x_4 - x_1}{x_2 - x_3}$ .

11. TÝŽDEŇ

Úloha 11.A. Nájdite lokálne extrémny funkcie  $u = (1 + e^y) \cos x - ye^y$ .

Úloha 11.B. Nájdite lokálne extrémny funkcie  $u = x + y + 4 \sin x \sin y$ .

Úloha 11.C. Nájdite lokálne extrémny funkcie  $u = 81 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) - (x^2 + xy + y^2)$ .

12. TÝŽDEŇ

Úloha 12.A. Nájdite viazené extrémny funkcie  $z = x^2 + 12xy + 2y^2$ , ak  $4x^2 + y^2 = 25$ .