

OBSOBERY

4/2007 (36)

MATEMATIKY

FYZIKY a

INFORMATIKY

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY 4/2007 ročník 36

Časopis pre teóriu a praktické otázky vyučovania matematiky,
fyziky a informatiky na základných a stredných školách

HORIZONS OF MATHEMATICS, PHYSICS AND COMPUTER SCIENCES 4/2007 Volume 36

Journal for Theory and Applied Issues of Mathematics, Informatics and
Physics Teaching at Primary and Secondary Schools

Editors in Chief: Beloslav Riečan (Mathematics and Computer Sciences)
Daniel Klivanec (Physics)

International Editorial Board:

András Ambrus (Hungary)	Ján Pišťút (Slovak republic)
Giuliana Cavagioni (Italy)	Adam Plocki (Poland)
Gábor Galambos (Hungary)	Zdeněk Půlpán (Czech republic)
Hans Jordens (Netherland)	Ladislav Emanuel Roth (USA)
László Nána (Hungary)	Ivo Volf (Czech republic)

Executive Editors: Peter Vrábel (Mathematics and Computer Sciences)
Aba Teleki (Physics)

Editorial Board:

Mathematics and Computer Sciences:

Vojtech Bálint	Ivan Kalaš	Peter Maličský	Dušan Šveda
Jozef Doboš	Ladislav Kvasz	Milan Matejdes	Peter Vrábel

Physics:

Ivan Červeň	Árpád Kecskés	Stanislav Ondrejka	André Szabó
Václav Havel	Václav Koubek	Vladimír Šebeň	Eva Tomanová
Anna Jankovychová	Dalibor Krupa	Juraj Šebesta	Ivo Volf

Reviewers:

Mathematics and Computer Sciences:

Jozef Doboš	František Kôpka	Beloslav Riečan	Marián Trenkler
Blahoslav Harman	Daniel Palumbíny	Štefan Solčan	Peter Vrábel

Physics:

Árpád Kecskés	Daniel Klivanec	Ladislav Morvay	Juraj Šebesta
Ján Klíma	Miroslav Kolesík	Mária Rakovská	Aba Teleki

Lomená čiara

Jozef Doboš

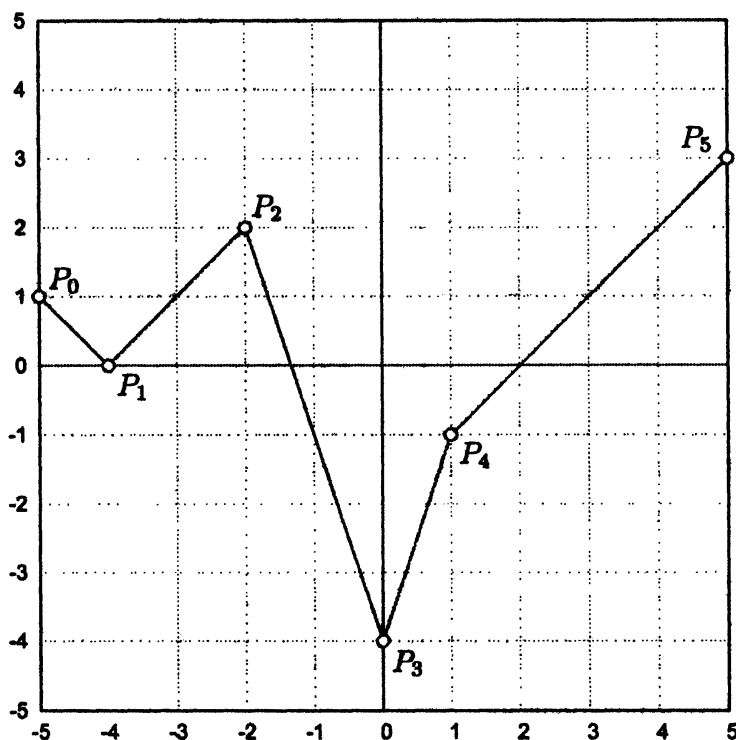
Abstract: An elementary exposition of continuous piecewise linear functions is presented.

Funkcie obsahujúce vo svojom predpise absolútnu hodnotu patria medzi vďačné témy, ktoré môžu slúžiť na rozšírenie stredoškolského učiva (pozri napr. peknú sériu článkov [1–3]). My sa zameriame na funkcie tohto typu, ktoré sú po častiach lineárne.

Uvažujme lomenú čiaru v rovine, ktorá je zložená z nadväzujúcich úsečiek. Je určená bodmi P_0, \dots, P_n , ktoré definujú tieto úsečky. Budeme predpokladať, že

$$x_0 < x_1 < \dots < x_n,$$

kde $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$. Ilustračný príklad vidíme na *obrázku 1*.



Obr. 1

Každú z týchto úsečiek môžeme vyjadriť lineárnou funkciou ($i = 0, 1, 2, \dots, n-1$)

$$S_i(x) = y_i + k_i(x - x_i), \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad \text{kde } k_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}.$$

To nám umožňuje definovať tzv. *splajnovú funkciu*¹

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) & \text{pre } x_0 \leq x \leq x_1, \\ S_1(x) & \text{pre } x_1 \leq x \leq x_2, \\ \vdots & \vdots \\ S_{n-1}(x) & \text{pre } x_{n-1} \leq x \leq x_n. \end{cases}$$

Pre lomenú čiaru z *obrázku 1* máme

i	0	1	2	3	4	5
x_i	-5	-4	-2	0	1	5
y_i	1	0	2	-4	-1	3
k_i	-1	1	-3	3	1	
$k_i - k_{i-1}$		2	-4	6	-2	

Teda

$$S(x) = \begin{cases} -4 - x & \text{pre } -5 \leq x \leq -4, \\ 4 + x & \text{pre } -4 \leq x \leq -2, \\ -4 - 3x & \text{pre } -2 \leq x \leq 0, \\ -4 + 3x & \text{pre } 0 \leq x \leq 1, \\ -2 + x & \text{pre } 1 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

Pomocou funkcie, ktorá sa volá *kladná časť reálneho čísla*² (jej graf môžeme vidieť na *obrázku 2*)

$$x^+ = \begin{cases} x & \text{ak } x > 0, \\ 0 & \text{ak } x \leq 0, \end{cases}$$

možno vyjadriť takúto splajnovú funkciu jedinou rovnicou.

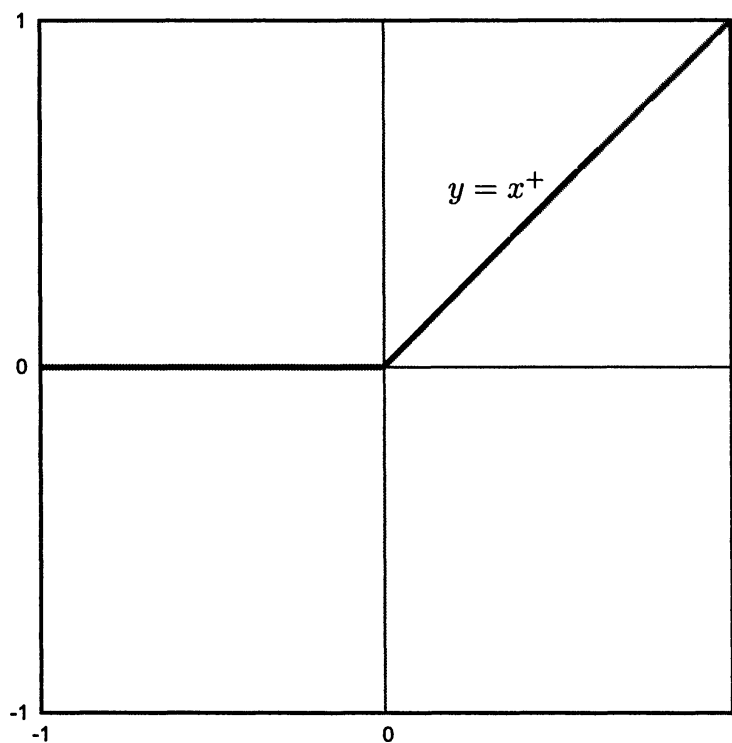
Postupujeme rekurzívne

$$f_1(x) = y_0 + k_0(x - x_0), \quad x_0 \leq x \leq x_1,$$

$$f_{i+1}(x) = f_i(x) + (k_i - k_{i-1})(x - x_i)^+, \quad x_0 \leq x \leq x_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n-1).$$

¹Používa sa pri lineárnej interpolácii.

²Pozri napr. [4], str. 26. V technických aplikáciách, napr. pri digitálnom spracovaní signálov, ju poznáme pod názvom *ramp function*.



Obr. 2

Potom

$$S(x) = f_n(x), \quad x_0 \leq x \leq x_n.$$

Pre lomenú čiaru z obrázku 1 máme

$$S(x) = -4 - x + 2(x+4)^+ - 4(x+2)^+ + 6x^+ - 2(x-1)^+, \quad -5 \leq x \leq 5.$$

Na vyjadrenie lomenej čiaru jedinou rovnicou sa najčastejšie používa absolútna hodnota. Stačí použiť vzorec

$$x^+ = \frac{|x| + x}{2}, \quad -\infty < x < +\infty.$$

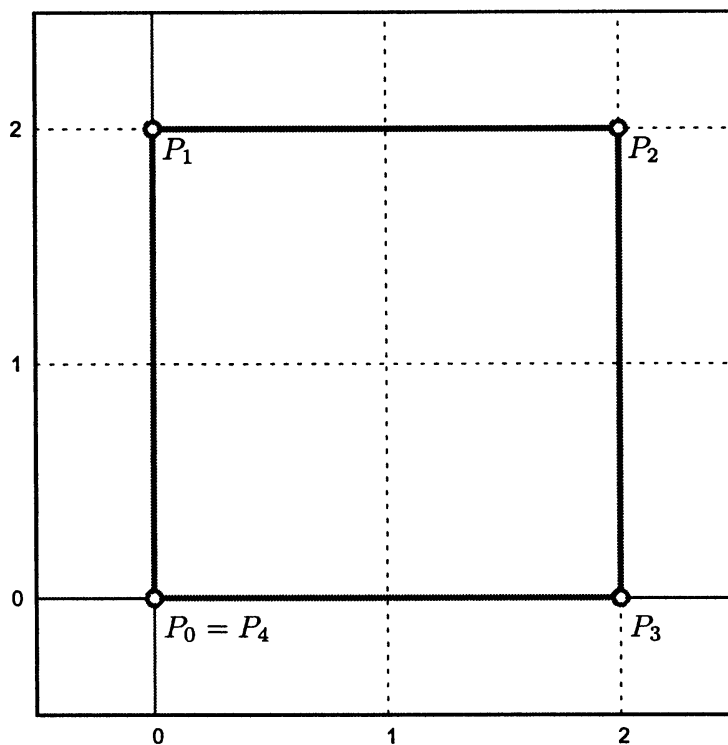
Pre lomenú čiaru z obrázku 1 po malej úprave dostávame

$$S(x) = |x+4| - 2|x+2| + 3|x| - |x-1| - 3, \quad -5 \leq x \leq 5.$$

V prípade, že lomená čiara určená bodmi $P_i = (x_i, y_i)$ ($i = 0, 1, \dots, n$) nie je grafom funkcie, prichádza do úvahy jej parametrické vyjadrenie v tvare

$$\begin{aligned} x &= \varphi(t), \\ y &= \psi(t), \end{aligned} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Prítom φ a ψ môžeme zostrojiti ako splajnové funkcie pre lomené čiary určené bodmi $Q_i = (t_i, x_i)$, resp. bodmi $S_i = (t_i, y_i)$, kde $t_i = i/n$ ($i = 0, 1, \dots, n$). Ilustračný príklad vidíme na obrázku 3.



Obr. 3

Použitím metódy vysvetlenej vyššie dostávame parametrické vyjadrenie v tvare

$$\begin{aligned} x &= 4 - 4t + |4t - 1| - 2|2t - 1| - |4t - 3|, \\ y &= 4t - |4t - 1| - 2|2t - 1| + |4t - 3|, \end{aligned} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Literatúra

- [1] Trávníček, S.: *O jednom způsobu definice funkce*, *Rozhledy matematicko-fyzikální* **41** (1962/63), 97–100.
- [2] Trávníček, S.: *O jednom způsobu definice funkce* (dokončení), *Rozhledy matematicko-fyzikální* **41** (1962/63), 147–152.
- [3] Lacina, O.: *O jednom způsobu definice funkce*, *Rozhledy matematicko-fyzikální* **42** (1963/64), 101–105.
- [4] Veselý, J. *Matematická analýza pro učitele*. První díl, MATFYZPRESS, Praha 1997, ISBN 80-85863-23-5.

Adresa autora:

Ústav matematických vied, PF UPJŠ, Jesenná 5, 040 01 Košice

e-mail: jozef.dobos@upjs.sk

Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Matematický ústav SAV
Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa

Adresa redakcie

Matematická a infromatická časť
Katedra matematiky FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
(e-mail: pvrabel@ukf.sk)

Fyzikálna časť
Katedra fyziky, FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
(e-mail: ateleki@ukf.sk)

Objednávky a predplatné vybavuje
Redakcia OMFI, FPV UKF, Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra

OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY **4/2007 ročník 36**

Vydala Jednota slovenských matematikov a fyzikov v spolupráci
s vydavateľstvom PROTONIT s.r.o. s finančným príspevím
Ministerstva školstva Slovenskej republiky
Vedeckí redaktori: Beloslav Riečan, Daniel Klivanec
Výkonní redaktori: Peter Vrábel, Aba Teleki
Technická a grafická úprava: Mária Benešová, Vladimír Kutnár
Všetky príspevky prešli odbornou recenziou

Podávanie novinových zásielok povolené
Západoslovenským riaditeľstvom pôšt Bratislava
č.j. 3015/2003-OLB zo dňa 1.10.2003

ISSN 1335-4981

OBSAH

Beloslav Riečan: Škola, základ života	1
Zbyněk Kubáček, Pavol Černek: Dve vety (a tri zámená) o kurikulárnej transformácii	2
Pavol Černek, Zbyněk Kubáček, Svetlana Bednářová, Ján Žabka, Štefan Gyürki, Michal Demetrian: Úloha Akcia.....	7
Zbyněk Kubáček, Pavol Černek: Bicykle a matematika	11
Matematické nástroje (Rubriku vedie Peter Vrábel). Zjednodušenie. Substitúcia (Peter Vrábel)	27
Jozef Doboš: Lomená čiara	31
Arpád Kecskés: Experimentálne potvrdenie vlnových vlastností elektrónov	35
Neil Hutton: The Nature of Science: Some Thoughts about its Place in the English School Science Curriculum, and the Implication for Teacher Training (2).....	44
Daniel Klivanec: Termodynamické cykly - termodynamika ako základ moderného opisu reálneho sveta	55
Texty úloh 1. kola 49. ročníka fyzikálnej olympiády (šk.r. 2007 – 2008), kategórie B, C a D.....	67
RECENZIA	
Juraj Hromkovič: Sieben Wunder der Informatik, B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden 2006, 351 str. (Ján Klimeš)	85

CONTENTS

Beloslav Riečan: School – the Ground of the Life	1
Zbyněk Kubáček, Pavol Černek: Two Sentences (and Three Pronouns) about Curricular Transformation.....	2
Pavol Černek, Zbyněk Kubáček, Svetlana Bednářová, Ján Žabka, Štefan Gyürki, Michal Demetrian: Problem Action.....	7
Zbyněk Kubáček, Pavol Černek: Bicycles and Mathematics.....	11
Mathematical Tools (Guide by Peter Vrábel) Simplification. Substitution (Peter Vrábel).....	27
Jozef Doboš: Broken Line	31
Arpád Kecskés: Experimental Verification of the Wave Characteristics of Electrons	35
Neil Hutton: The Nature of Science: Some Thoughts about its Place in the English School Science Curriculum, and the Implication for Teacher Training (2).....	44
Daniel Klivanec: The Thermodynamic Cycles - Thermodynamics as the Base of the Modern Description of Real Universe	55
Texts of the Problems of the 1 st Cycle of the 49 th Year Physics Olympiad (School Year 2007–2008), Categories B, C and D	67
REVIEW	
Juraj Hromkovič: Seven Wonders of Computer Sciences B. G. Verlag, Wiesbaden 2006, 351 pages (Ján Klimeš)	85